

Материалы из сборника
«Математика на повышенном уровне. X-XI класс
(методические разработки учебных и факультативных занятий)».
М.Ф.Станчик, учитель математики
высшей категории

X класс Раздел: «Показательная функция»
Тема урока: «Показательные уравнения»

Цель:

- организовать деятельность учащихся по закреплению теоретических и практических знаний и умения учащихся при выполнении заданий по теме «Показательные уравнения»;
- содействовать развитию самостоятельности, активности, внимания;
- способствовать воспитанию интереса к предмету.

Ход урока

1. Организация класса

а) Приветствие

б) Проверка готовности рабочих мест

2. Организационная часть. Сообщение темы и постановка задач (формулируют учащиеся)

3. Актуализация знаний и умений для подготовки к основному этапу урока. Проверим, насколько усвоены вами различные способы решения показательных уравнений. (Первая группа решает задания Карточка №1.) Вторая группа в это время выполняет устные задания, визуально определяет, какой способ решения можно выбрать для заданных уравнений.

Устные упражнения

1. $5^{2x-1} = 125$

5. $3^{x-2} - 3^{x-3} = 6$

2. $0,3^{5-2x} = 0,09$

6. $2^{\sqrt{x^2+1}} = 8$

3. $43^x = 8^{2x}$

7. $(\sqrt{5})^{|3-x|} = 25$

4. $225 \cdot 15^{2x+1} = 1$

8. $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$

2 группа решает уравнения

1) $125^{-2} \cdot 5^{x+6} = 625$

2) $4^{x+1} - 12 \cdot 4^{x-1} - 4^x = 5$

3) $2^x + 0,5^{x-3} = 9$

4) $1,44^{5\sqrt{x}-3} = \left(\frac{5}{6}\right)^{2\sqrt{x}-18}$

5) $2 \cdot 3^{x^2-3} + 5^{x^2-1} = 3^{x^2} + 2 \cdot 5^{x^2-2}$

Два человека садятся за компьютер и решают 1 лист №4, 2 лист №6, 3 лист №5, с сайта adu.by тестовые задания из электронного пособия «Уравнения» по теме «Показательные уравнения»

4. Проверка домашнего задания. (Установление правильности и осознанности домашнего задания всеми учащимися. Самопроверка выполнения заданий.)

(На экране высвечиваются результаты, задания, с которыми учащиеся не справились решить на доске)

Домашняя работа

A1	Большой корень уравнения $2^x \cdot 3^x = 0,02(7)$ равен	1) 5 2) 3 3) -3 4) -2 5) 0
A2	Частное корней уравнения $\frac{1}{4\sqrt{2}} \cdot 2^{ x } = (2\sqrt{2})^{x^2-2}$ равно	1) -1 2) 1 3) 2 4) 0,5 5) 3
A3	Корень уравнения $6^{2x+4} = 3^{3x} \cdot 2^{x+8}$ равен	1) 2 2) 4 3) 3 4) -2 5) 1
A4	Сумма квадратов корней уравнения $15^{x^2} + 30 = 5^{x^2} \cdot 3^{x^2+1}$ принадлежит промежутку	1) (0;2) 2) [2;5) 3) (7;12) 4) [12;15) 5) [15;17)
A5	Найти произведение корней (или корень, если он единственный) уравнения $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$	1) 2,25 2) 3 3) 6,75 4) нет корней 5) нет верного ответа
A6	Решить уравнение $2^{2x+2} - 6^x - 2 \cdot 3^{2x+2} = 0$	1) -2 2) -1 3) 0 4) 1 5) 2
B1	Решить уравнение $3^{x^2+6} + 22 \cdot 7^{x^2+1} = 7^{x^2+3} - 100 \cdot 3^{x^2+1}$ и найти сумму квадратов его корней.	
B2	Решить уравнение $8^x + 18^x = 2 \cdot 27^x$	
B3	Решить уравнение $x^{10} \cdot 2^x + 2^{12} = 2^{10} \cdot 2^x + 2^2 \cdot x^{10}$. В ответ записать наименьший корень.	
B4	Если $\frac{6 \cdot 3^{2a-1} + 3 \cdot 15^a - 2 \cdot 25^a}{6 \cdot 9^a - 15^a - 125 \cdot 5^{2a-3}} = \frac{1}{2}$, то отношение $3^a : 5^a$ равно	
B5	Меньший корень уравнения $2x^2 \cdot 2^{\sqrt{x+2}} + x \cdot 2^{x+1} = 2x^2 \cdot 2^x + x \cdot 2^{\sqrt{x+2}+1}$ равен	

5. Основной этап урока. Творческое применение знаний, умений, освоение способов деятельности

A1	Сумма корней (или корень, если он один) уравнения $5^{1+x^2} - 0,2^{x^2-1} = 24$ равна	1) -1 2) 0 3) 1 4) 2 5) верного ответа нет
A2	Произведение корней уравнения $6^{x^2} + 12 = 2^{x^2} \cdot 3^{x^2+1}$ принадлежит промежутку	1) (-6;-4) 2) [-4;-2) 3) (-2;0) 4) (0;6) 5) [6;8)
A3	Найти произведение большего корня на количество корней уравнения $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 5 \cdot 6^x$	1) -4 2) 0 3) 2 4) 1 5) -2
A4	Сумма корней уравнения $ x-6 ^{x^2-8x} = x-6 ^{x-18}$ равна	1) 15 2) 21 3) 0 4) -21 5) 24
B1	Найти отношение большего корня уравнения $4^x - 6 \cdot 2^{x+1} + 27 = 0$ к его меньшему корню	

В2	Произведение корней уравнения $(2 + \sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2-2x-1} = \frac{4}{2 - \sqrt{3}}$
В3	Найти корень (или сумму корней, если их несколько) уравнения $3^{1-x^2} \cdot \sqrt{1+x} = \frac{\sqrt{1+x}}{27}$
В4	Найти сумму корней (или корень, если он единственный) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} + 3^{x-3} = \frac{1}{\sqrt{9^{4-x}}} + 297$
В5	Найдите сумму корней уравнения: $4^x - (7 - x) \cdot 2^x + 12 - 4x = 0$
В6	Найти количество корней уравнения $8 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 8 \cdot 4^{-\frac{1}{x}} - 54 \cdot 2^{\frac{1}{x}} - 54 \cdot 2^{-\frac{1}{x}} = -101$
В7	Найти наименьшее отрицательное решение уравнения $2^{ x+1 } - 2^x - 1 = 1 + 2^x$

6. Контроль результатов совместной деятельности Выполнение тестовых заданий по теме «Показательные уравнения» с диска МАТЕМАТИКА. Подготовка к ЦТ. (Для тех, кто выполнил домашнее задание на 10 и хочет работать самостоятельно!!!!)

7. Подведение итогов, рефлексия учащихся своей деятельности, выставление отметок.

8. Домашнее задание. Сборник экзаменационных материалов:

В105№8, В127№7, В115№7, В111№7, В103№7, В87№8

Показательные уравнения с РТ и ЦТ

А6 2003	Если $4^x + 4^{-x} = 3$, то величина $64^x + 64^{-x}$ равна	1)27 2)18 3)9 4)24 5)36
В10 2004	Решите уравнение $25^x - 2(13 - x) \cdot 5^x + 25 - 50x = 0$. В ответ запишите корень или сумму корней.	
А13	Произведение корней уравнения $6^{x^2} + 36 = 2^{1-x^2} \cdot 12^{x^2}$ принадлежит промежутку:	1)(-8;-7);2)[-7;-5]; 3)[-5;-3]4)[-3;-1] 5)[1;6)
В1 2008	Корень уравнения $2 \cdot 7^{2x-9} = 7 \cdot 2^{2x-9}$ равен	
А16 2009	При каком значении x функция $y = \frac{9^x}{2 \cdot 9^{2x+3} - 9^{2x+1} - 161}$ не определена?	1)1;2)0;3)-1,5; 4)-0,5;5)0,5.
В3 2009	Найдите произведение корней уравнения $5^{2x^2} - 4 \cdot 5^{x^2+2x+3} = 5^{4x+7}$	
В5 2012	Найдите произведение корней уравнения $4^{x^2} + 128 = 3^{1-x^2} \cdot 12^{x^2}$	

**Х класс. Факультативное занятие по теме
«Иррациональные уравнения»**

Цель:

- организовать деятельность учащихся по закреплению теоретических и практических знаний и умения учащихся при выполнении заданий по теме «Иррациональные уравнения»;
- содействовать развитию познавательной активности, самоконтроля, внимания;
- способствовать воспитанию самостоятельности, ответственности.

Ход занятия

1. Организация класса

а) Приветствие

б) Проверка готовности рабочих мест

2. Организационная часть. Сообщение темы и постановка задач (формулируют учащиеся: видеть методы решения иррациональных уравнений; быть внимательным при выполнении задания; правильно выбирать корни в ответ уравнения; внимательно читать условие задания)

3. Актуализация знаний и умений для подготовки к основному этапу занятия. Проверим сегодня себя, насколько усвоены вами различные способы решения иррациональных уравнений:

- I группа решает №8 (возможны два способа) и №3 (возможны три способа);

- II группа в это время выполняет устные задания, визуально определяет, какой способ решения можно выбрать для заданных уравнений.

№1. Укажите уравнения, которые не являются иррациональными:

а) $x^2 - 3 + \sqrt{x} = 0$; б) $x^2 - 3x + 4 = 0$; в) $\sqrt[3]{x+5} = 7$; г) $\sqrt[3]{5} + x = 7$

№2. Укажите уравнение, не имеющее корней:

1) $\sqrt{x} = 0$; 2) $\sqrt[3]{x+2} = -3$; 3) $\sqrt{-x} = 6$; 4) $\sqrt{x+2} + 1 = 0$; 5) $\sqrt[7]{7-x} = 7$

№3. Назовите способы решения уравнений:

1) $\sqrt{3x-5} - \sqrt{x-2} = \sqrt{3x-8}$ (возведение в степень)

2) $\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0$ (замена или возведение в шестую степень)

3) $\sqrt{x-2} = 4-x$ (возведение в степень или использование монотонности функций; или найти область определения)

4) $\sqrt[3]{x+5} + \sqrt[3]{x-6} = \sqrt[3]{2x+11}$ (возведение в куб)

5) $\sqrt{5x+7} - \sqrt{x+4} = 4x+3$ (умножение на сопряженный радикал)

6) $3\sqrt{3x+1} - 4\sqrt{x+7} - \sqrt{x-1} = (2 + \sqrt{1-x})$ (использование области определения)

7) $\sqrt{x^2+1} + \sqrt[4]{x^4+1} = 2-x^2$ (использование ограниченности функции)

8) $\sqrt{5+x-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{10+x-6\sqrt{x+1}} = 1$ (выделение полного квадрата)

9) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}} = 3$ (введение новой переменной $x = t^6$)

10) $\sqrt{x+1} = \sqrt[4]{x+1} + 20$ (замена переменных)

11) $\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-4x+3} = \sqrt{x^2-1}$ (разложение на множители)

12) $\sqrt{5x+1} - \sqrt{6x-2} - \sqrt{x+6} + \sqrt{2x+3} = 0$ (группировка корней)

13) $\frac{\sqrt{18-3x} - \sqrt{18+3x}}{\sqrt{18-3x} + \sqrt{18+3x}} = -\frac{6}{x}$ (умножение на сопряженный радикал)

4.1. Проверка заданий для самостоятельной работы (по выбору, кто решал) с Google диска. (Цель - установление правильности и осознанности домашнего задания всеми учащимися, самопроверка выполнения заданий).

На экране высвечиваются результаты выполнения заданий для самостоятельной работы; те задания, с которыми учащиеся не справились, решаются на доске.

<https://docs.google.com/forms/d/1IbqVE6m39jffHK9gy-RtKOrar0UJ7xnvcRd0eT0ErIs/viewform>

1	Сумма корней уравнения (корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{x+8} = x-4$ равна	8
2	Сумма корней или корень (если он единственный) уравнения $\frac{\sqrt{2x^2-5x-3}}{2x+1} = \frac{\sqrt{2x^2-5x-3}}{x+3}$ равна	3
3	Найти произведение корней или корень уравнения, если он единственный $x = (\sqrt{16+x} - 4)(x^2 - 7x + 14 + \sqrt{16+x})$	0
4	Найдите произведение корней) или корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{x^4+15x^2} - \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^2+15} = 2$	1
5	Решить уравнение $\sqrt{3x+1} + \sqrt[3]{5x+2} = 7$. В ответ записать корень или сумму корней.	5
6	Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{25+2x\sqrt{25-x^2}} = 10-x$	8
7	Произведение корней (корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{3x^2-18x+25} + \sqrt{4x^2-24x+29} = 6x-x^2-4$ равно	7
8	Найдите произведение корней или корень (если он единственный) уравнения $\sqrt{x^2+1} + \sqrt[4]{x^4+1} = 2-x^2$	0

4.2. Кто не выполнял дома задания для самостоятельной работы, садятся за компьютер и решают тестовые задания №1, 5, 6 из электронного пособия «Уравнения» по теме «Иррациональные уравнения» на сайте adu.by.

9. Основной этап. Творческое применение знаний, умений, освоение способов деятельности. (Решают задания по группам №7, 9- 1 группа, 10,11- 2 группа)

№1. Решите уравнение: $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$ Ответ: 1

№2. Найдите сумму корней уравнения: $\sqrt{\frac{3x-2}{2x+3}} + \sqrt{\frac{2x+3}{3x-2}} = 2,5$ Ответ: -1,7

($x=-2,8$; $x=1,1$)

№3. Решите уравнение: $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6$ Ответ: 0;5

№4. Найдите количество корней уравнения:

$$5 \cdot \sqrt[15]{x^{22}} + \sqrt[15]{x^{14}} \cdot \sqrt{x} - 22\sqrt[15]{x^7} = 0 \quad \text{Ответ: 2 (x=0; x=4)}$$

№5. Найдите сумму корней уравнения $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x^2 - 2x} = 0$ Ответ:5

№6. Найдите произведение корней уравнения:

$$\sqrt{7x^2 + 8x + 10} - \sqrt{7x^2 - 8x + 10} = 2x \quad (\text{умножение на сопряженное}) \quad \text{Ответ: 0}$$

(на ЦТ как упростить себе работу при выполнении данного уравнения?)

№7. Найдите среднее арифметическое корней уравнения:

$$\sqrt{4x^2 + 9x + 5} - \sqrt{2x^2 + x - 1} = \sqrt{x^2 - 1} \quad \text{Ответ: 2}$$

(Разложить на множители подкоренные выражения, а затем, учитывая область определения выражений, входящих в уравнение, вынесите общий множитель за скобки)

№8. Найдите произведение корней уравнения или корень, если он единственный $2x^2 + \sqrt{2x^2 - 4x + 12} = 4x + 8$ Ответ: -2

№9. Найдите произведение большего корня на число корней уравнения:

$$\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16 \quad \text{Ответ: 3}$$

(Ввести новую переменную $t = \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1}$, исходное уравнение свести к квадратному $t = t^2 - 20$)

№10. Найдите количество корней уравнения $\sqrt{x-2} + \sqrt{5-x} + \sqrt{x^2-8x+12} = \sqrt{3}$ Ответ: 1 (найти область определения $x=2$ – единственное число из области определения, проверить является ли корнем)

1 группа решает №7,9; II группа - №8,10.

10. Контроль результатов совместной деятельности Выполнение тестовых заданий по теме «Иррациональные уравнения» ЭСО «МАТЕМАТИКА. Подготовка к ЦТ» (Для тех, кто готов и умеет решать иррациональные уравнения, хочет работать самостоятельно)

11. Подведение итогов, рефлексия учащихся своей деятельности.

12. Задание для самостоятельного решения (по выбору):

- те, кто работает в дистанционной школе БГУ, выполняют задания занятия 8,
- остальные решают 6-8 иррациональных уравнений на сайте adu.by и по желанию из ЭСО СШ №10 «Тесты по математике 2004-2012 годы» решить тест 2008 года, вариант 3.

Используемые образовательные ресурсы:

1. ЭСО Математика. Подготовка к ЦТ.
2. ЭСО СШ 10 «Тесты по математике 2004-2012 годы».
3. Google диск для разработки тестовых заданий.
4. www.adu.by Электронное пособие для учителей и учеников по теме «Уравнения».
5. www.dl.bsu.by Дистанционные курсы БГУ.